

MATEMATİK EĞİTİMİNDE İSPATIN YANSIMALARI

Editörler:

Dr. Öğr. Üyesi E. Gaye ERMEÇ ÇONTAY
Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU

MATEMATİK EĞİTİMİNDE İSPATIN YANSIMALARI

Editörler:

Dr. Öğr. Üyesi E. Gaye ERMEÇ ÇONTAY

Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU

Yazarlar:

Emine Gaye ERMEÇ ÇONTAY - Bülent GÜVEN - Abdullah KAPLAN

Zülfıye ZEYBEK ŞİMŞEK - Emre DÖNMEZ - Erdem ÇEKMEZ

Ahmet DELİL - Burçak BOZ YAMAN - Mustafa Hicret YAMAN

Yeşim İMAMOĞLU - Tuğba ÖZTÜRK

ISBN: 978-625-382-123-4

E-ISBN: 978-625-382-124-1

DOI: 10.54637/vizetek.9786253821241

Copyright © Vizetek

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Vizetek Yayıncılık Sanayi ve Ticaret Limited Şirketine aittir. Vizetek Yayıncılık'ın izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı, elektronik, mekanik, fotokopi, manyetik, kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz, dağıtılamaz. Bu kitap T.C. Kültür Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır.

Sayın okuyucularımız, bandrolsüz yayınları satın almamanızı diliyoruz.

Kitap içeriğinin tüm sorumluluğu yazar(lar)ına aittir.

Yayın Tasarımcısı / Koordinatörü: Ferit RESULOĞULLARI

Kapak Tasarımı & Mizanpaj: Zeynep ERTUĞRUL

Yayın Tarihi: Aralık, 2025



Seyranbağları Mah. İncesu Cad. 10/2 Çankaya/ANKARA

Tel.: (0312) 482 00 11

Web: www.vizetek.com.tr

E-mail: vizetkeyayincilik@gmail.com

Yayıncı Sertifika No: 41575

Baskı: Vadi Grafik Tasarım ve Reklamcılık Ltd. Şti.

İvedik Org. San. 1420. Cad. No: 58/1 Yenimahalle/ANKARA

Tel.: 0 (312) 395 85 71

Matbaa Sertifika No: 47479

MATEMATİK EĞİTİMİNDE İSPATIN YANSIMALARI

Editörler:

Dr. Öğr. Üyesi E. Gaye ERMEÇ ÇONTAY
Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU

ÖN SÖZ

Bu kitabın çıkış noktası “Matematik Eğitiminde İspat Uygulamaları” isimli Tübitak 2237-A projesinin başarılı bir şekilde tamamlanması ve projeye katılım gösteren matematik öğretmeni adaylarının proje sonundaki olumlu dönütleridir. Proje kapsamında ülkenin çeşitli üniversitelerinden matematik eğitiminde ispat uygulamaları odağında eğitimler veren çok değerli hocalarımızın katkılarıyla gerçekleştirdiğimiz bu projenin yazılı olarak basılmasını ve diğer öğretmen adaylarıyla, öğretmenlerle ve matematik severlerle buluşmasını istedik. Böylelikle zor ve karmaşık olarak görülen ispat ve ispatlama kavramlarının matematik eğitimindeki karşılıklarını ortaya koymak ve bu zor görünen kavramların arkasındaki matematiği ortaya çıkararak ispat kavramını daha farklı ve zevkli bir perspektiften ele almanın mümkün olacağını düşündük. Bu kitapta ispatın doğası, tanımları, rolleri, çeşitleri ve uygulama biçimleri ayrıntılı olarak değerlendirilmiştir. Yaklaşık iki yıl süren titiz çalışmalar sonunda ispat ve bileşenleri ile ilgili teorik altyapılar ve güncel öğretim programına yönelik hazırlanmış etkinlik örnekleri ortaya konulmuştur. Kitabın ilk üç bölümünde ispata ilişkin kuramsal altyapı sonraki bölümlerde ise okullarda ispatın görünüşleri, çeşitliliği ve uygulamalarına yönelik birçok örnek bulunmaktadır.

Birinci bölümde *Emine Gaye ERMEÇ ÇONTAY* “**İspatın Doğası ve Serüveni**” başlığıyla matematiksel düşünmeye atılan temelleri ve matematiğin gelişimini ispat konusu bağlamında tarihsel bir bakış açısıyla kaleme almıştır. İspatın gelişimini felsefi ve tarihsel anlamda inceleyerek matematiğin temelleri alanındaki ispat kavramı ile matematik eğitimindeki ispat kavramının ayırımı ve tanımlarını farklı araştırmacılar bağlamında sunmuştur. Son olarak matematik eğitiminde kullanılabilecek bazı örneklerle yer vermiştir.

İkinci bölümde *Bülent GÜVEN*, “**Matematik Eğitiminde Reform Hareketlerini Matematiksel Çıkarım ve İspatın İşlevleri Perspektifinden Yeniden Düşünmek**” başlığı altında Öklid’in Elemanlar isimli eserinin bir kutup yıldızı olarak ele almış ve matematik yapma sürecinde Öklid’in izinden aksiyomatik sistem içerisinde tümevarım ve tümdengelim özelliklerini ve anlamını tarihi ve felsefi bakış açısıyla incelemiştir. Bu anlamda ispat ve işlevlerine ilişkin bilgiler vermiş ve son olarak matematiksel muhakeme perspektifinden reform hareketlerinin sınıftaki yansımalarını eleştirel bir bakış açısıyla incelemiştir.

Kitabın “**İspat Çeşitleri**” başlıklı üçüncü bölümünde *Abdullah KAPLAN* matematiksel ispat yapmanın ne olduğu ve amacını tartışmış, daha sonra tümevarım ve tümdengelim ile ispat kavramlarını ve çeşitlendirmelerini alt başlıklarıyla beraber detaylandırmıştır. Sözsüz ispat kavramını da ayrı bir alt başlıkta incelemiştir. Ayrıca okul öncesinde, ilkokulda, ortaokul ve lisede uygulanabilecek ispat örneklerini güncel öğretim programına yönelik olarak örneklendirmiştir.

“**Matematiksel İspatlar ve Sınıf İçi Uygulamaları**” başlıklı dördüncü bölümde *Zülfıye ZEYBEK ŞİMŞEK* ve *Emre DÖNMEZ* akıl yürütme ve ispatı matematik eğitimi içerisindeki tanımları ve rolleri bağlamında ele almış, sınıf içi uygulamalarda ispat kavramını tartışmıştır. Ayrıca akıl yürütme ve ispat kavramını güncel öğretim programı içerisinde incelemiş ve uygulama temsillerini ele almıştır.

Bülent GÜVEN ve *Erdem ÇEKMEZ* “**Dinamik Geometri Ortamlarında İspatlama: Deneysel Olandan Teorik Olana Geçişte Geriçıkırımın Rolü**” başlıklı kitabın beşinci bölümünde geriçıkırmı tümevarımsal ve tümdengelimsel açıdan inceleyerek bu akıl yürütme biçimlerinin dinamik geometri ortamlarındaki yansımalarını kaleme almıştır. Bunun için mantıksal gerekçelendirme ve deneysel keşif arasındaki ayrımı ortaya koyarak dinamik geometri ortamında geriçıkırmı örneklendirerek ayrıntılı biçimde göstermiştir.

“**Sözsüz İspatlar**” başlıklı altıncı bölümde *Ahmet DELİL* sözsüz ispatları tanımlayarak güncel öğretim programındaki yeri ve önemini açıklamıştır. Daha sonra sözsüz ispatlara ilişkin örneklerle ve açıklamalara yer vermiştir. Ardından güncel programla ilişkilendirilmiş sözsüz ispat etkinlik örnekleri sunmuştur.

Burçak BOZ YAMAN ve *Mustafa Hicret YAMAN* tarafından hazırlanan “**Kağıt Katlamayla Matematiksel Muhakeme**” başlıklı yedinci bölümde kağıt katlamanın ne olduğu açıklanmış, buna ilişkin örnekler verilerek deneysel incelemelerin muhakemeye ve matematiksel düşünmeye katkıları örneklendirilmiştir. Bölümde kağıt katlamanın güncel öğretim programındaki yerine ilişkin örnekler verildikten sonra matematik dünyasındaki kağıt katlamanın yeri ve önemi detaylandırılmış güncel programla ilişkili etkinlik örnekleri sunulmuştur.

“**İki Kere Sayma Yolu ile İspat Yöntemi**” başlıklı sekizinci bölümde *Yeşim İMAMOĞLU* kombinatorik alanındaki problemlere değinerek iki kere sayma yönteminin bu alanda nasıl inşa edildiğini göstermiştir. Bu ispat yöntemini diğer ispat yöntemleriyle karşılaştırarak matematik eğitimine ne şekilde entegre edilebileceğini tartışmıştır. Ardından sayma prensiplerini ayrıntılı

biçimde örneklendirmiştir. Daha sonra iki kere sayma yolu ile ispatı tanımlamış ve detaylandırmıştır. Bölümün sonunda bu yönetime ilişkin etkinlik örneklerine yer vermiştir.

Kitabın son bölümü olan dokuzuncu bölümde **"Farklı Boyutları ile Geometride İspat Sürecinin Doğası ve Öğretimi"** başlığıyla **Tuğba ÖZTÜRK** geometride ispat kavramını tarihsel bakış açısıyla ele alarak geometride ispatın öğretimdeki yeri ve önemini tartışmıştır. Geometride ispatın nasıl öğretilebileceğini ortaya koyarak buna ilişkin etkinlik örneklerine yer vermiştir.

Bu kitabın matematik öğretmenlerine ve öğretmen adaylarına ve matematiği seven ve merak eden herkese katkı sağlamasını diliyoruz.

Editör Ekibi

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM

İSPATIN DOĞASI VE SERÜVENİ	1
1.1. Düşünmeye Atılan Temeller ve Yunan Matematikçi	1
1.2. Matematiğe Sağlam Bir Temel Atma Arzusu.....	9
1.3. İspatta Anlam Arayışı ve İnförmel İspatlara Doğru	12
1.4. Formel ve İnförmel İspatlar.....	15
1.5. Matematik Öğretim Programı İçerisinde İspat.....	19
1.6. Sonuç.....	37
KAYNAKLAR.....	38

2. BÖLÜM

MATEMATİK EĞİTİMİNDE REFORM HAREKETLERİNİ MATEMATİKSEL ÇIKARIM VE İSPATIN İŞLEVLERİ PERSPEKTİFİNDEN YENİDEN DÜŞÜNMEK	43
2.1. Giriş: Bir Kutup Yıldızı Olarak Öklid'in Elemanları.....	43
2.2. Matematik Yapma Sürecinde Çıkarım: Tümevarım ve Tümdengelim	46
2.3. İspatın İşlevleri.....	49
2.4. Matematiksel Muhakeme Perspektifinden Reform Hareketlerinin Sınıfa Yansımalarına Eleştirel Bir Bakış.....	52
KAYNAKLAR.....	56

3. BÖLÜM

İSPAT ÇEŞİTLERİ	59
3.1. Giriş	59
3.2. Matematiksel İspat Yapmak ve Amacı.....	60
3.3. İspat Yöntemleri.....	61
3.4. Sözsüz İspat	71
3.5. Eğitim Seviyesine Göre Matematiksel Muhakeme Uygulamaları	72
3.6. Sonuç.....	93
KAYNAKLAR.....	95

4. BÖLÜM

MATEMATİKSEL İSPATLAR VE SINIF İÇİ UYGULAMALARI	97
4.1. Giriş	97
4.2. İspat Kavramına Yönelik Tanımlar	100
4.3. İspat Oluşturma Kriterlerinin Sınıf Topluluğu ile Tartışılması ve Uygulanması	103
4.4. Akıl yürütme ve İspatın 2024 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programındaki Yansımaları	106
4.5. Akıl Yürütme ve İspatın Sınıf İçi Uygulama Temsilleri.....	111
4.6. Sonuç.....	124
KAYNAKLAR.....	126

5. BÖLÜM

DİNAMİK GEOMETRİ ORTAMLARINDA İSPATLAMA: DENEYSEL OLANDAN TEORİK OLANA GEÇİŞTE "GERİÇIKARIMIN" ROLÜ	129
5.1. Giriş	129
5.2. Deneysel Keşif ile Mantıksal Gerekçelendirme Arasında Uzlaş Arayışı: Dinamik Geometri Ortamlarında Geri Çıkarımın Rolü.....	138
5.3. Sürükleme İşbaşıında: Dinamik Geometri Ortamlarında Geriçıkarcımın Örnekleenmesi	140
5.4. Sonuç.....	154
KAYNAKLAR.....	155

6. BÖLÜM

SÖZSÜZ İSPATLAR	159
6.1. Giriş	159
6.2. Öğretim Programında Sözsüz İspatların Yeri ve Önemi.....	162
6.3. Sözsüz İspatlara Örnekler	164
6.4. Öğretim Programıyla İlişkilendirilmiş Etkinlik Örnekleri	174
6.5. Sonuç.....	184
KAYNAKLAR.....	186

7. BÖLÜM

KÂĞIT KATLAMAYLA MATEMATİKSEL MUHAKEME	187
7.1 Giriş	187
7.2. Matematik Dünyasında Kâğıt Katlamanın Yeri.....	192
7.3. Matematik Eğitiminde Kâğıt Katlamanın Yeri ve Etkinlik Örnekleri.....	193
7.4 Sonuç	223
KAYNAKLAR.....	224

8. BÖLÜM

İKİ KERE SAYMA YOLU İLE İSPAT YÖNTEMİ	227
8.1. Giriş	227
8.2. Sayma Prensipleri	231
8.3. İki Kere Sayma Yöntemi ile İspat	233
8.4. Örnek Etkinlikler	237
8.5. Sonuç.....	248
KAYNAKLAR.....	250

9. BÖLÜM

FARKLI BOYUTLARI İLE GEOMETRİDE İSPAT SÜRECİNİN DOĞASI VE ÖĞRETİMİ	251
9.1. Giriş	251
9.2. Sonuç.....	273
KAYNAKLAR.....	275